

Analisi Matematica 2

Foglio di esercizi n. 3

1. Determinare tutti i punti in cui le seguenti funzioni sono continue:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(xy)}{y} & \text{se } y \neq 0 \\ 0 & \text{se } y = 0 \end{cases} & \text{b. } f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy)}{y} & \text{se } y \neq 0 \\ x^3 & \text{se } y = 0 \end{cases} \\ \text{c. } f(x, y) = \begin{cases} e^{x^2+y} & \text{se } y < x \\ x^2 - y^2 + 1 & \text{se } y \geq x \end{cases} & \text{d. } f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 \sin(xy)}{(3x^2 + 5y^2)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \end{array}$$

2. Determinare il piano tangente al grafico delle seguenti funzioni nel punto assegnato:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } f(x, y) = \arctan(y/x) \text{ in } (1, 1) & \text{b. } f(x, y) = \log(|x+y|+y^2) \text{ in } (-2, 1) \\ \text{c. } f(x, y) = \sqrt{x^2 + x - 2y} \text{ in } (2, 1) & \text{d. } f(x, y) = x^y + y^x \text{ in } (1, 1) \end{array}$$

3. Determinare il polinomio di Taylor di ordine 2 delle seguenti funzioni nel punto assegnato:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } f(x, y) = (1 + x + y^2)^3 \text{ in } (0, 0) & \text{b. } f(x, y) = \frac{e^{xy}}{(1-x)(1-2y)} \text{ in } (0, 0) \\ \text{c. } f(x, y) = \frac{\sin(\pi xy)}{\pi \sqrt{x}} \text{ in } (1, 2) & \text{d. } f(x, y) = 4 \log \left(\frac{\sqrt{e^x - y}}{\cos(y)} \right) \text{ in } (0, 0) \end{array}$$

4. Per ciascuna delle seguenti funzioni determinare la natura di tutti punti stazionari:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } f(x, y) = x^3 - y^3 - 3x + 12y + 2 & \text{b. } f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2} \\ \text{c. } f(x, y) = x \log(y + yx) & \text{d. } f(x, y) = \log \left(\frac{x^2}{y} \right) - \frac{x^2}{2} + 1 + y \\ \text{e. } f(x, y) = (x^2 - y - 1)(1 - x^2 - y^2) & \text{f. } f(x, y) = x^4 - xy^2 + y^2 \\ \text{g. } f(x, y) = xe^y - ye^x & \text{h. } f(x, y) = \frac{x}{1 + x^2 + y^2} \\ \text{i. } f(x, y) = e^x(2x^2 - xy + y^2) & \text{j. } f(x, y) = (x^2 + xy)e^{y-x} \\ \text{k. } f(x, y) = \sin(x) + \sin(y) & \text{l. } f(x, y) = \sin(x) + \sin(y) + \sin(x + y) \end{array}$$

5. Per ciascuna delle seguenti funzioni determinare se $(0, 0)$ è un punto di massimo/minimo relativo o nessuno dei due:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } f(x, y) = (x - y)^4 - 8(x - y)^2 & \text{b. } f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2 \\ \text{c. } f(x, y) = 1 + 2x^2y^2 - x^4y^4 & \text{d. } f(x, y) = (y - 2x^2)(y - x^2) \\ \text{e. } f(x, y) = 4 - \sqrt{x^2 + 4y^2} & \text{f. } f(x, y) = x^4 e^{xy}(x^2 + y^2 - x - 1) \\ \text{g. } f(x, y) = \log(1 + x^2 + y^2) - 3xy & \text{h. } f(x, y) = (1 - \cos(x^2 + y^2)) \sin(x - y^2) \end{array}$$