

Cognome:
Nome:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia la funzione $f(x, y) = (4 - x^2 - y^2)e^{y-x}$.

- (a) Determinare i punti stazionari di f stabilendo per ciascuno di essi se si tratta di un punto di massimo relativo, di minimo relativo o di sella.
- (b) f è superiormente limitata in $\mathbb{R}^2$? f è inferiormente limitata in $\mathbb{R}^2$?

Esercizio 2. Sia il solido

$$D = \left\{ (x, y, z) : x^2 \leq (4 - y^2) \left(1 - \frac{z}{3}\right)^2, 0 \leq z \leq 3, x \geq 0, y \geq 0 \right\}.$$

- (a) Fare un disegno del solido D e calcolarne il volume.
- (b) Determinare la coordinata y del baricentro di D .

Esercizio 3. Per $T > 0$, sia γ_T la curva data in forma polare come

$$r(\theta) = 2\theta \sin(\theta) \quad \text{con } \theta \in [0, T].$$

- (a) Calcolare l'area della parte di piano delimitata dalla curva chiusa γ_π .
- (b) Scegliere dei valori reali per a, b, c e d , tutti non nulli, tali che

$$\int_{\gamma_{\pi/2}} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle = 1$$

dove $\mathbf{F}(x, y) = (ax + by, cx + dy)$.

Esercizio 4. Sia $\mathbf{F} = (y + 1, x, 3z - 1)$ e il solido

$$D = \{(x, y, z) : 12 \leq x^2 + y^2 \leq 16 - z^2, z \geq 0\}.$$

- (a) Determinare il flusso $\iint_{\partial^+ D} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ utilizzando il teorema della divergenza.
- (b) Confermare il valore del flusso ottenuto in (a) con un calcolo diretto.