

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

**Esercizio 1.** Sia  $f(x, y) = x^2 + 2x \log(5 - y^2)$ .

(a) Disegnare il dominio  $D$  di  $f$  e la curva di livello  $f = 0$ .

(b) Per ogni  $(x_0, y_0) \in \partial D$ , determinare se il limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x, y)$  esiste e nel caso calcolarlo.

(c) Trovare tutti i punti stazionari di  $f$  stabilendo per ciascuno di essi se si tratta di un punto di massimo relativo, di minimo relativo o di sella.

**Esercizio 2.** Sia

$$D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq (z - 3)^2, x^2 + y^2 \leq 2y, z \in [1, 3]\}.$$

(a) Calcolare il volume del solido  $D$ .

(b) Calcolare l'area della superficie  $S$  data dal bordo del solido  $D$ .

**Esercizio 3.** Sia  $\gamma$  la curva data in forma polare come  $r(\theta) = \frac{8\pi}{\pi + 4\theta}$  con  $\theta \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$ .

(a) Calcolare l'area della parte di piano delimitata da  $\gamma$  e dal segmento che unisce il punto iniziale e il punto finale di  $\gamma$ .

(b) Scegliere dei valori reali per  $a, b, c$  e  $d$ , non tutti nulli, tali che  $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle = 0$

dove  $\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{ax + by}{x^2 + y^2}, \frac{cx + dy}{x^2 + y^2} \right)$ .

**Esercizio 4.** Sia il campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = \left( \frac{x^2}{\sqrt{y^2 + z^2}}, -2z, y + z^2 \right)$  e sia il solido

$$D = \{(x, y, z) : x^2 + 4y^2 + 4z^2 \leq 16, x^2 + y^2 + z^2 \geq 4, y^2 + z^2 \geq 1, x \geq 0\}$$

con il bordo  $S = \partial D$  orientato verso l'esterno.

(a) Calcolare  $\iint_S \langle \mathbf{F}, d\mathbf{S} \rangle$ .

(b) Calcolare  $\iint_{S_1} \langle \text{rot}(\mathbf{F}), d\mathbf{S} \rangle$  dove  $S_1 = S \cap \{(x, y, z) : x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 16\}$ .