

Analisi Matematica

Foglio di esercizi n. 12

1. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = |3 - x|e^{1/(2-x)}$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità, intervalli di convessità/concavità ed eventuali flessi.

2. Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \sqrt{x} \arcsin(2x - 1) dx.$$

3. Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^\alpha} \log\left(\frac{x}{x-1}\right) dx.$$

Calcolare l'integrale per $\alpha = 1/2$.

4. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy nell'intervallo assegnato.

a. $\begin{cases} y'(x) + \frac{y(x)}{x} = 2 \arctan(x) \\ y(1) = -1 \end{cases}$ per $x \in (0, +\infty)$	b. $\begin{cases} (1 + x^4)y'(x) = -4x^3y(x) + 3x^2 \\ y(0) = 5 \end{cases}$ per $x \in \mathbb{R}$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5. Risolvere le seguenti equazioni in \mathbb{C} .

a. $(z + 3)^3 = 64$

b. $(z^4 + 16)(z^2 - 2z + 3 - 2i\sqrt{3}) = 0$

6. Per ciascuna funzione f determinare il gradiente nel punto assegnato (x_0, y_0) e l'equazione del piano tangente al grafico nel punto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$.

a. $f(x, y) = \frac{x - y}{x + y}$, $(3, -1)$

b. $f(x, y) = \sqrt{25 - x^2 - 2y^2}$, $(-1, 2)$

c. $f(x, y) = 2 \arctan(y/x)$, $(1, 1)$

d. $f(x, y) = \frac{\sin(xy^2)}{y}$, $(\pi, 1)$

7. Per ciascuna funzione f trovare tutti i punti critici e studiarne la natura.

a. $f(x, y) = y^2 e^x - x^2 + x$

b. $f(x, y) = x^2 - 4xy + 3y^2 + y^3$

c. $f(x, y) = xy(1 - x - y)$

d. $f(x, y) = \frac{4}{x} + \frac{x}{y} + 2y$