

Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 23/6/2026

Cognome:
Nome:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia $f(x) = (x + 1)e^{-\frac{1}{x}}$.

- a) Tracciare il grafico di f specificando: il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.
- b) Tracciare il grafico di $f(2 - |x|)$ per $x \in [-2, 2]$.
- c) Per quali $b \in \mathbb{R}$, l'integrale $\int_1^\infty \left(f(x) - x - \frac{b}{x} \right) dx$ è convergente?

Esercizio 2. Dimostrare le seguenti proposizioni.

- a) La successione $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3} + \frac{1}{2n(n+1)}$ è decrescente per $n \geq 1$.
- b) Per ogni $n \geq 1$, vale la disuguaglianza $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3} \leq \frac{5}{4} - \frac{1}{2n(n+1)}$.

Esercizio 3. a) Risolvere il problema di Cauchy per $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$,

$$\begin{cases} (x^2 - 4)y'(x) = (4 - x^2) \tan(x)y(x) + \cos(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- b) Calcolare l'integrale $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} y(x) dx$.

Esercizio 4. Sia $f(x, y) = \frac{1 - xy}{x + 2y - 3}$.

- a) Trovare tutti i punti critici di f .
- b) Calcolare la matrice hessiana nel punto $(0, 0)$.