

Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 3/9/2025

Cognome:
Nome:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Esercizio 1. Sia $f(x) = \frac{\log(x)}{1 - (\log(x))^2}$.

- a) Determinare il dominio di f .
- b) Determinare l'insieme $I = \{f(x) : x \in (e, +\infty)\}$.
- c) Dimostrare che $f : (e, +\infty) \rightarrow I$ è invertibile e trovare la funzione inversa f^{-1} .

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6 \arcsin(x/2) - \pi x^2}{\sin(\pi x)}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 + \frac{x^2}{2} + x^3)^{4/x} - e^{2x}}{1 - \cos(x)}$.

Esercizio 3. a) Determinare la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy per $x \in (-1, 1)$,

$$\begin{cases} (1 - x^2)(y'(x) + 12x) = xy(x) \\ y(0) = 5 \end{cases} .$$

b) Dimostrare che $y(x) > 1$ per ogni $x \in (-1, 1)$.

Esercizio 4. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$|2 + i| \cdot (2i\bar{z} - z - 1) = 4|z| \cdot \operatorname{Re}(z).$$