

**Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 12/2/2025**

<b>Cognome:</b>
<b>Nome:</b>

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

**Esercizio 1.** Sia  $f(x) = \log\left(\frac{2|x|^3}{|x-2|}\right)$ .

a) Tracciare il grafico di  $f$  specificando: il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.

b) Trovare una retta che sia tangente al grafico di  $f$  e parallela alla retta  $8x - 2y = 5$ .

c) Determinare un intervallo  $I$  tale che la funzione  $f$  sia biunivoca da  $I$  a  $\mathbb{R}$ .

**Esercizio 2.** Sia  $f(x) = \frac{x}{(\log(3x+1) - 5x)^2} - \frac{e^{-x} + \sqrt{5x+1}}{8x}$ .

a) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^a f(x))$  al variare di  $a \in \mathbb{R}$ .

b) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

**Esercizio 3.** a) Risolvere il problema di Cauchy per  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,

$$\begin{cases} y(x) = 3e^{2\cos(x)} \sin(x) - \tan(x)y'(x) \\ y(\frac{\pi}{3}) = 0 \end{cases}$$

b) L'equazione  $y(x) = \frac{1}{2}$  ha almeno una soluzione in  $(0, \frac{\pi}{2})$ ?

**Esercizio 4.** Sia  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{2x} - 1}{x^a(e^{4x} + 1)} dx$ .

a) Determinare per quali  $a \geq 0$  l'integrale dato è convergente.

b) Calcolare l'integrale per  $a = 0$ .

# Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 12/2/2025

Cognome:
Nome:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

**Esercizio 1.** Sia  $f(x) = \log\left(\frac{2|x|^5}{|4-x|}\right)$ .

- a) Tracciare il grafico di  $f$  specificando: il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.
- b) Trovare una retta che sia tangente al grafico di  $f$  e parallela alla retta  $6x - 2y = 3$ .
- c) Determinare un intervallo  $I$  tale che la funzione  $f$  sia biunivoca da  $I$  a  $\mathbb{R}$ .

**Esercizio 2.** Sia  $f(x) = \frac{e^{-x} + \sqrt{3x+1}}{8x} - \frac{x}{(4x - \log(2x+1))^2}$ .

- a) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^a f(x))$  al variare di  $a \in \mathbb{R}$ .
- b) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

**Esercizio 3.** a) Risolvere il problema di Cauchy per  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,

$$\begin{cases} y(x) = 2e^{2\cos(x)} \sin(x) - \tan(x)y'(x) \\ y(\frac{\pi}{3}) = 0 \end{cases}$$

- b) L'equazione  $y(x) = \frac{1}{3}$  ha almeno una soluzione in  $(0, \frac{\pi}{2})$ ?

**Esercizio 4.** Sia  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{3x} - 1}{x^a(e^{6x} + 1)} dx$ .

- a) Determinare per quali  $a \geq 0$  l'integrale dato è convergente.
- b) Calcolare l'integrale per  $a = 0$ .

# Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 12/2/2025

Cognome:
Nome:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

**Esercizio 1.** Sia  $f(x) = \log\left(\frac{2|x|^3}{|x-2|}\right)$ .

- a) Tracciare il grafico di  $f$  specificando: il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.
- b) Trovare una retta che sia tangente al grafico di  $f$  e parallela alla retta  $8x - 2y = 5$ .
- c) Determinare un intervallo  $I$  tale che la funzione  $f$  sia biunivoca da  $I$  a  $\mathbb{R}$ .

**Esercizio 2.** Sia  $f(x) = \frac{x}{(\log(3x+1) - 5x)^2} - \frac{e^{-x} + \sqrt{5x+1}}{8x}$ .

- a) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^a f(x))$  al variare di  $a \in \mathbb{R}$ .
- b) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

**Esercizio 3.** a) Risolvere il problema di Cauchy per  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,

$$\begin{cases} y(x) = 4e^{2\cos(x)} \sin(x) - \tan(x)y'(x) \\ y(\frac{\pi}{3}) = 0 \end{cases}$$

- b) L'equazione  $y(x) = \frac{2}{3}$  ha almeno una soluzione in  $(0, \frac{\pi}{2})$ ?

**Esercizio 4.** Sia  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{3x} - 1}{x^a(e^{6x} + 1)} dx$ .

- a) Determinare per quali  $a \geq 0$  l'integrale dato è convergente.
- b) Calcolare l'integrale per  $a = 0$ .

# Analisi Matematica - CdL Informatica - Prova scritta del 12/2/2025

Cognome:
Nome:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
<b>Totale</b>	

**Esercizio 1.** Sia  $f(x) = \log\left(\frac{2|x|^5}{|4-x|}\right)$ .

- a) Tracciare il grafico di  $f$  specificando: il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.
- b) Trovare una retta che sia tangente al grafico di  $f$  e parallela alla retta  $6x - 2y = 3$ .
- c) Determinare un intervallo  $I$  tale che la funzione  $f$  sia biunivoca da  $I$  a  $\mathbb{R}$ .

**Esercizio 2.** Sia  $f(x) = \frac{e^{-x} + \sqrt{3x+1}}{8x} - \frac{x}{(4x - \log(2x+1))^2}$ .

- a) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^a f(x))$  al variare di  $a \in \mathbb{R}$ .
- b) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

**Esercizio 3.** a) Risolvere il problema di Cauchy per  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,

$$\begin{cases} y(x) = 6e^{2\cos(x)} \sin(x) - \tan(x)y'(x) \\ y(\frac{\pi}{3}) = 0 \end{cases}$$

- b) L'equazione  $y(x) = \frac{3}{4}$  ha almeno una soluzione in  $(0, \frac{\pi}{2})$ ?

**Esercizio 4.** Sia  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{2x} - 1}{x^a(e^{4x} + 1)} dx$ .

- a) Determinare per quali  $a \geq 0$  l'integrale dato è convergente.
- b) Calcolare l'integrale per  $a = 0$ .