

Analisi Matematica 2 - Ing. Meccanica e Energetica - Prova scritta del 4-9-2023

Cognome:
Nome:
Orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
Totale	

Scrivere nome e cognome in stampatello su tutti i fogli da consegnare.

Motivare gli svolgimenti e scriverli in modo chiaro. Consegnare solo la bella copia.

Esercizio 1. Sia $f(x, y) = |x + y|$.

(a) Determinare il valore massimo e il valore minimo di f in

$$D = \left\{ (x, y) : y^2 \leq x + 4, x \leq \sqrt{4 - y^2} \right\}.$$

(b) Fare un esempio di insieme aperto, non vuoto e limitato $A \subset \mathbb{R}^2$ tale che la funzione f non abbia in A nè punti di minimo nè punti di massimo.

Esercizio 2. Sia $\gamma(t) = (\cos(2\pi t), \sin(2\pi t), t)$ con $t \in [0, 2]$.

(a) Calcolare $\frac{1}{|\gamma|} \int_{\gamma} (x^2 + z^2) ds$.

(b) Calcolare $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$ dove $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(z + \log(1 + z), -\frac{1}{(2 + y)^2}, \frac{x}{1 + z} \right)$.

Esercizio 3. Sia $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, |x| + |y| \geq 1\}$.

(a) Determinare il piano tangente al bordo di D in $(1, 1, \sqrt{2})$ e il piano tangente al bordo di D in $(1/2, 1/2, 1)$.

(b) Calcolare $\iiint_D |z| dx dy dz$.

Esercizio 4. Si consideri la superficie

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + y + z = 1, y \geq 0, z \geq 0\}$$

orientata in modo che $\langle \mathbf{n}, \mathbf{k} \rangle \geq 0$ e sia $\mathbf{F}(x, y, z) = (6y, 1 - z^2, 3x)$.

(a) Calcolare $\int_{\gamma} \langle \mathbf{F}, d\mathbf{s} \rangle$ dove γ è la curva data dal bordo di S percorsa nel verso dato dall'orientazione indotta da S .

(b) Verificare il calcolo svolto in (a) applicando il teorema del rotore.